ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

16

Шарики и отверстия

ISSN 2225-1782
00016
9 772225 178772

DeAGOSTINI

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 16, 2012
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:
Любовь Мартынова

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru
по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01
Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 170100, г. Тверь, Почтамт, а/я 245,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко

Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

Для заказа пропущенных номеров и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua
по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк», 220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к, тел./факс: +375 17 2-999-260
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк», «Де Агостини», «Занимательные головоломки»

КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»

РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 990 тенге

ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: G. Canale & C. S.p.A.
Sos. Cernica 47, Bucuresti, Pantelimon – Ilfov, Romania.

ТИРАЖ: 68 000 экз.

Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.

Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.

Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

© ООО «Де Агостини», 2012
© RBA Coleccionables, 2011
ISSN 2225-1782

ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 11.09.2012

В этом выпуске:

Математическая вселенная

Менять, не меняя Симметрия для нас ассоциируется с порядком, равновесием и совершенством. Вполне возможно, что любовь к симметрии обусловлена физиологией: человеческое тело несет в себе изумительную симметричность. Некоторые проведенные исследования человеческого восприятия и способов познания подтвердили любопытные факты относительно нашего восприятия симметрии.

Блистательные умы

Гений топологии В публикациях Эдварда Виттена физика занимает центральное место, особенно там, где речь идет о суперсимметрии и суперструнах. Но приверженность к физике не помешала ученому совершить немало математических открытий. Усилия Виттена в решении основных проблем некоторых областей теоретической физики, таких как топологическая теория квантовых полей, принесли чисто математические результаты, за которые ученому была присуждена Филдсовская премия.

Математика на каждый день

Математика, ставшая искусством Благодаря своему необычному художественному интеллекту Эшер смог проникнуть в сферы, сложные для наглядного представления даже для математиков. Можно бесконечно рассматривать его работы, не будучи знакомым со сложными геометрическими законами, не зная о выпуклых и вогнутых поверхностях, не имея представления о законах перспективы, и так никогда и не понять тайну очарования его гравюр.

Математические задачки

Лучшее от Генри Э. Дьюдени Этот английский писатель и математик специализировался на логических головоломках и математических играх. Он известен как один из главных создателей страны головоломок. Составление и решение головоломок было для Дьюдени не просто профессией, но и призванием, делом всей жизни, хотя ему и не довелось изучать математику в колледже. Его первая книга «Кентерберийские головоломки» вышла в свет в 1907 году.

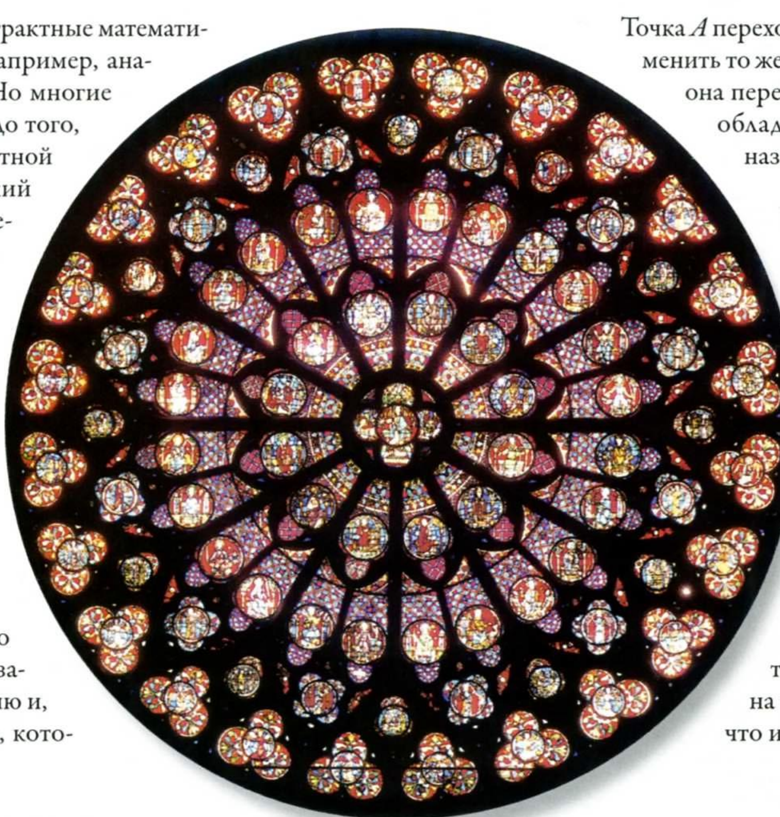
Головоломки

Шарики и отверстия В эту недавно созданную Анди Тернером оригинальную игру могут играть дети и взрослые. Ее суть состоит в том, чтобы разложить шесть пластинок внутри коробки в два слоя. На пластинках есть отверстия, в которые помещаются шарики. На первый взгляд, игра достаточно легкая, но затем начинает казаться, что на пластинках слишком много шариков или что на них не хватает отверстий.

Симметрии

Менять, не меняя

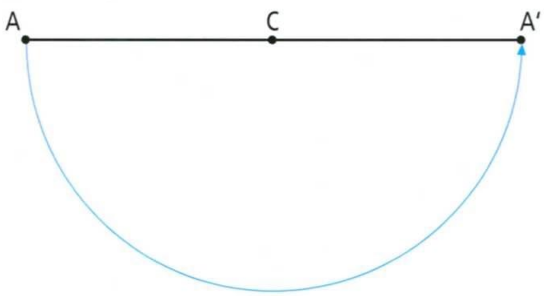
Существуют базовые абстрактные математические понятия, как, например, аналитическая функция. Но многие понятия появились задолго до того, как математика стала абстрактной наукой. Симметрия — яркий тому пример, ведь это прежде всего характеристика восприятия. Мы все симметричные существа, и не только видим симметрию в окружающем нас мире, но и ищем ее, создаем, можно даже сказать, нуждаемся в ней. Но серьезное исследование симметрии, как и любого другого преобразования, требует необходимой математической подготовки: сначала нужно дать ее четкое определение, затем установить классификацию и, наконец, определить законы, которым она подчиняется.



▲ *Человеческий разум получает особенное удовольствие от случайной встречи с симметрией. Но людям нравится не только наблюдать симметрию, но и создавать ее, к примеру, в архитектуре. На иллюстрации — фрагмент очень трудоемкой работы. Это круглое окно собора, построенного в Руане в XIII веке, очень напоминает узор калейдоскопа.*

Симметрия на плоскости

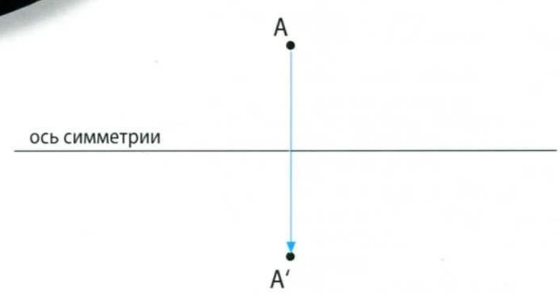
На плоскости существует два типа симметрии: симметрия относительно точки, или центральная, и симметрия относительно прямой, или осевая. Рассмотрим точные определения обоих видов симметрии. Центральная симметрия с центром в точке C — это такое преобразование плоскости, которое переводит каждую точку A в точку A' таким образом, что точка C становится серединой отрезка AA'.



Центральная симметрия с центром в точке C эквивалентна повороту на 180° вокруг этого центра. Применив центральную симметрию дважды, мы обнаружим, что вернулись в исходное состояние.

Точка A переходит в точку A', но если применить то же преобразование к точке A', она перейдет в A. Преобразование, обладающее таким свойством, называется инволютивным.

Осевая симметрия относительно оси r определяется как преобразование, переводящее каждую точку A плоскости в точку A' так, что все точки прямой r равноудалены от точек A и A'. То есть для нахождения преобразования точки A необходимо провести перпендикулярную прямую к оси симметрии, а затем найти на перпендикуляре точку A', которая находится на том же расстоянии от оси, что и точка A.



При изучении преобразований особенно интересны те элементы, которые инвариантны к этим преобразованиям, то есть не изменяющиеся, переходящие сами в себя. В случае с центральной симметрией есть только одна инвариантная точка — это сам центр симметрии. Кроме того, все прямые, проходящие через центр симметрии, — инвариантные прямые. В случае с осевой симметрией инвариантны все точки на оси симметрии, следовательно, и сама ось тоже. Также инвариантны все прямые, перпендикулярные оси симметрии, причем они инвариантны в целом, то есть симметричное отражение прямой относительно оси, перпендикулярной этой прямой, совпадает с исходной прямой.

Заметим, однако, что точки, лежащие на этих прямых, — не инвариантны (то есть не переходят сами в себя). Осевые симметрии также являются инволютивными, то есть при их повторном применении все остается на своих местах. Кроме того, осевая симметрия:

1) сохраняет расстояния между точками;
2) переводит прямые в прямые;
3) преобразует окружности в окружности с тем же радиусом;
4) переводит углы в равные им углы, но с противоположным значением.

Декартовы уравнения

Центральная симметрия с центром в точке $C(a, b)$ описывается уравнениями

$$\frac{x + x'}{2} = a \qquad x' = -x + 2a$$

или, что то же самое,

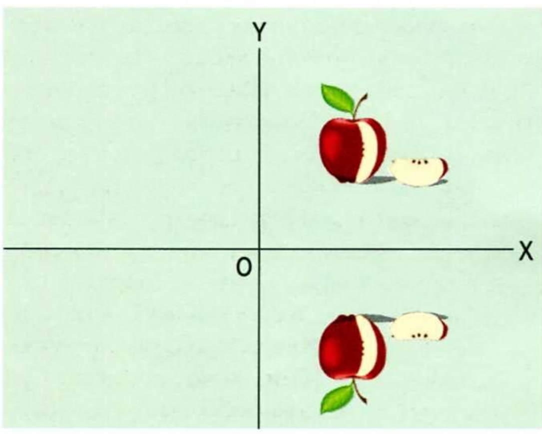
$$\frac{y + y'}{2} = b \qquad y' = -y + 2b.$$

Например, если центр симметрии находится в точке $C(1, 2)$, то симметричной точке $A(2, 3)$ будет точка $A'(0, 1)$, так как

$$x' = -2 + 2 \cdot 1 = 0$$
$$y' = -3 + 2 \cdot 2 = 1.$$

Декартовы уравнения, описывающие осевую симметрию, более сложны, так как осью симметрии может быть любая прямая на плоскости, и чтобы описать ее, потребуется прибегнуть к тригонометрическим функциям. Существуют, однако, три простых случая.

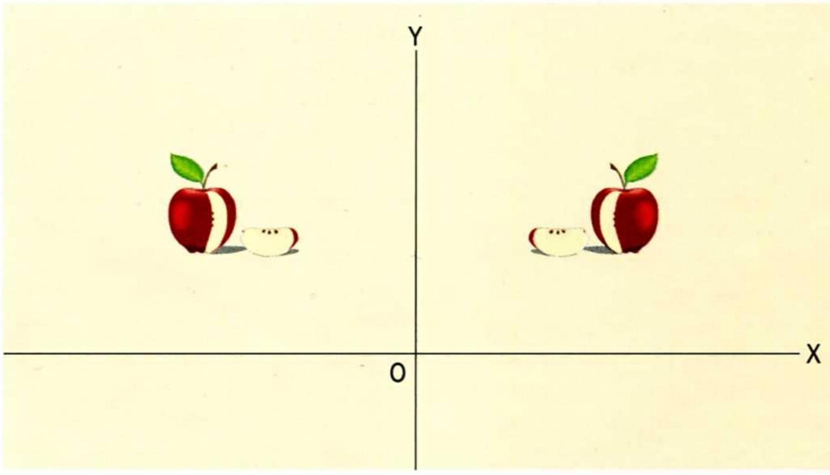
Осевая симметрия относительно оси OX



$$x' = x$$
$$y' = -y$$

Таким образом, чтобы найти точку, симметричную заданной, достаточно оставить неизменной первую координату и поменять знак у второй. Например, точкой, симметричной точке $A(3, -2)$, будет точка $A'(3, 2)$.

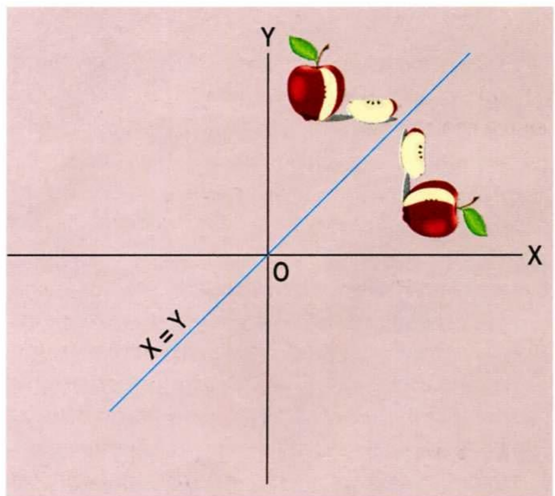
Симметрия относительно оси OY



$$x' = -x$$
$$y' = y$$

В этом случае для нахождения симметричной точки нужно поменять знак первой координаты и оставить неизменной вторую. Например, точкой, симметричной точке $A(-3, 9)$ относительно оси OY, является точка $A'(3, 9)$.

Симметрия относительно биссектрисы $y = x$

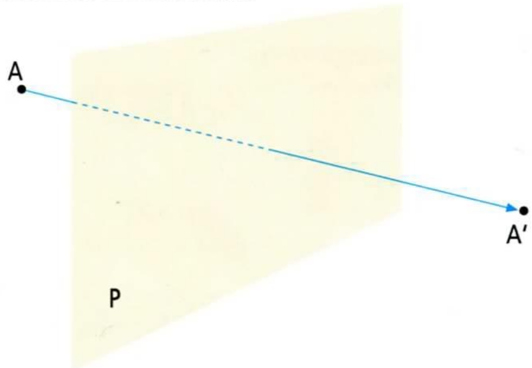


$$x' = y$$
$$y' = x$$

Таким образом, достаточно только поменять значения координат местами. То есть точкой, симметричной точке $A(5, 1)$, будет точка $A'(1, 5)$.

Симметрии в пространстве

В пространстве также существуют центральная и осевая симметрии (относительно точки или прямой), определяемые примерно так же, как и на плоскости, но с тремя координатами вместо двух. Безусловно, существует еще и третья возможность — симметрия относительно плоскости, так называемая зеркальная симметрия. Строится она следующим образом. Предположим, что P — плоскость симметрии (симметрия в таком случае обычно обозначается символом S_P). Чтобы найти преобразование точки A, проводится перпендикуляр к плоскости, проходящий через данную точку. Точкой, симметричной заданной, будет точка A', находящаяся на этом перпендикуляре и удаленная от плоскости P на такое же расстояние, что и точка A.



Инвариантные элементы зеркальной симметрии:

1) все точки на плоскости P;
2) прямые, перпендикулярные P (но не точки этих прямых);
3) плоскости, перпендикулярные P (тоже плоскости в целом, но не элементы, их составляющие).

Зеркальная симметрия не только является инволютивным преобразованием, но и имеет следующие свойства:

1) сохраняет расстояния между точками;
2) переводит прямые в прямые;
3) переводит плоскости в плоскости.

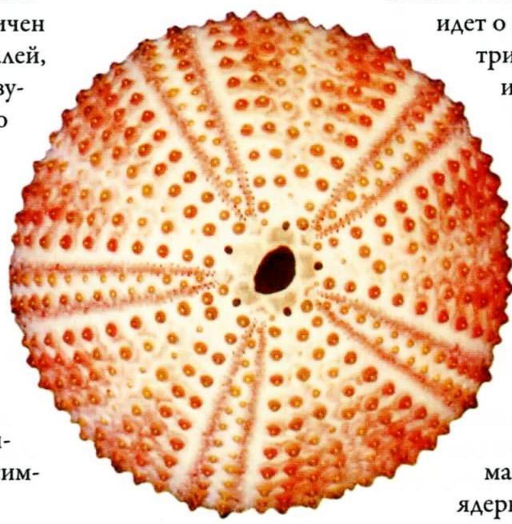
Симметричные фигуры

Симметрия, как мы только что увидели, — это действие, переводящее точки плоскости или пространства в точки плоскости или пространства. Помимо этого, под симметрией часто понимаются свойства объектов или фигур. О фигуре говорят, что она симметрична, если при применении к ней соответствующей симметрии она не меняется в целом. Например, квадрат симметричен относительно каждой из двух своих диагоналей, а человеческое тело имеет приблизительную двустороннюю симметрию. Очевидно, что можно рассматривать любые инвариантные симметрии, а не только относительно прямой или плоскости. Могут иметь место вращения и перемещения. Квадрат, например, симметричен относительно своего центра при повороте на 90°, а окружность симметрична при любом вращении вокруг своего центра. Итак, фигура считается симметричной, если после определенных преобразований она остается неизменной или почти неизменной. Тип преобразований и определяет тип симметрии фигуры.

▲ *Снежинки могут принимать такие различные формы, что на них находятся свои охотники-коллекционеры, собирающие фотографии ледяных кристаллов. Но все они основаны на гексагональной симметрии с шестью осями симметрии, разделенными пополам, с углами в 60° между соседними.*

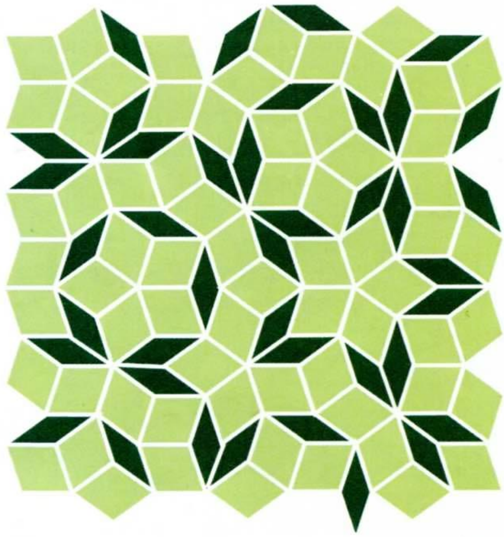
▶ *Мозаика Пенроуза. Эти геометрические формы не являются строго периодическими, но имеют осевую симметрию 5-го порядка. Самое любопытное, что они существуют не только в математике, но и в так называемых квазикристаллических структурах.*

▼ *В живых организмах симметрию можно встретить очень часто. Например, шипы экзоскелета морского ежа в задней его части образуют пятикратную симметрию.*



Симметрия в физике

Столь широкое понятие, как симметрия, чрезвычайно полезно в геометрии и близких к ней областях, таких как декорирование, мощение улиц или кристаллография.



Как ни странно, это верно и для физики. Одно из самых важных открытий, сделанных физиками за последние годы, состоит в том, что динамическая симметрия приводит к законам сохранения, то есть к существованию величин, не меняющихся со временем. Например, результат эксперимента в изолированной лаборатории будет одинаковым независимо от того, проведен он сегодня или завтра (симметрия перед временным перемещением), что приводит нас к одному из важнейших физических законов — закону о сохранении энергии. Современная физика элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий между ними в значительной степени базируется на существовании симметричных преобразований.

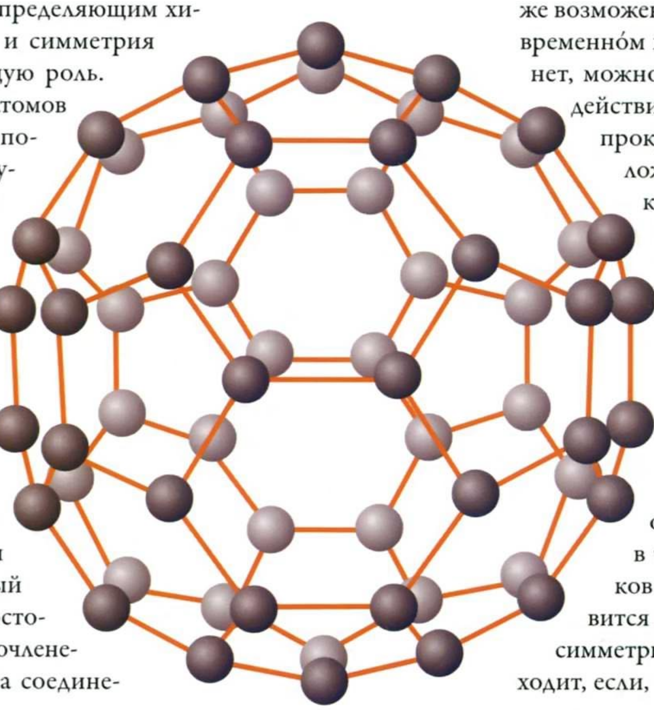
Эти преобразования могут показаться эзотерически-абстрактными и весьма удаленными от обычных временных и пространственных изменений, но в любом случае своим результатом они имеют важнейшие законы сохранения. Речь идет о законе сохранения, например, электрического заряда и других величин, имеющих более сложные названия: изоспин, барионный заряд, гиперзаряд или *странность*. Самая последняя из этих симметрий имеет фамильярное прозвище *Суси* (анаграмма слова «*су*пер*си*мметрия»). Речь идет о расширении стандартной модели квантовой механики, теории элементарных частиц, объединяющей в одну суперсилу три фундаментальных взаимодействия в природе: электромагнитное, сильное ядерное и слабое ядерное взаимодействие.

◄ *Одна из симметрий физики элементарных частиц проявляется в свойстве сохранения электрического заряда. На этом изображении, полученном в пузырьковой камере, видно, как фотон (нулевой заряд) приводит к появлению пары электрон-позитрон (отрицательный заряд-положительный заряд), чей суммарный заряд равен нулю.*

Помимо всего прочего, суперсимметрия — основная деталь современной теории суперструн. Сейчас мы не будем углубляться в квантовую теорию суперсимметрии. Укажем лишь на существование тесной связи между всеми типами частиц. Если эта гипотеза верна, то в ближайшем будущем можно ожидать серьезных теоретических исследований в этом направлении. Но, конечно, наука все еще далека от проведения эксперимента, который бы позволил подтвердить или опровергнуть это предположение.

Самая симметричная из молекул

Симметрии также имеют большое значение в химии. Способ группировки атомов в молекулы является основным фактором, определяющим химические свойства элемента, и симметрия может сыграть здесь решающую роль. Графит, например, состоит из атомов углерода, образующих слои, способные скользить друг по другу, благодаря чему мы можем писать карандашом. В алмазе же, другом углеродистом соединении, атомы, расположенные на вершинах тетраэдра, образуют трехмерную сеть совершенной симметричности и чрезвычайной твердости. В 1985 году была открыта третья устойчивая форма атомов углерода — бакминстерфуллерен, или шар Баки. Этот так называемый «углерод шестьдесят» (C_{60}) состоит из 60 атомов углерода, чьи сочленения сильно напоминают места соединения швов на футбольном мяче. Своим названием эта форма углерода обязана архитектору Ричарду Бакминстеру Фуллеру, сконструировавшему павильон США на «Экспо-67» в Монреале. Сейчас название этого элемента часто сокращают до фуллерена. Среди химических элементов C_{60} имеет самую высокую симметрию из всех известных.



▼ *Молекула бакминстерфуллерена: 60 атомов углерода, сформировавших симметричную структуру, богатую гексагональными и пятиугольными мотивами.*

Временна́я симметрия

Временна́я симметрия — это определенный источник конфликтов в физике и ключ к бесчисленному множеству идей для научно-фантастических рассказов. В механике, как в классической, так и квантовой, уравнения движения инвариантны по отношению к операции замены времени t на $-t$. Это свойство называется симметрией по отношению к обращению времени и означает следующее: если процесс возможен, то он также возможен для того же события, но в обратном временно́м порядке. Проверить, правда это или нет, можно, записав какое-либо механическое действие на кино- или видеопленку и затем прокрутив ее от конца к началу. Предположим, мы записали передвижение стеклянного шара по поверхности стола. Без дополнительных сведений зритель не сможет понять, в каком направлении прокручивается запись. Представим теперь, что мы записали падение этого стеклянного шара. Мы видим, как он летит со стола, касается пола и разбивается вдребезги. В этом случае понять, вперед идет фильм или назад, будет очень легко, так как сложно поверить в то, что шар возрождается из осколков и затем сам взлетает на стол. Становится ясно, что в данном случае временна́я симметрия отсутствует. Почему же так происходит, если, в конце концов, в обоих случаях мы

► *Никто не ожидает, что вода начнет вдруг подниматься вверх по склону. Вода всегда падает; не существует анти-водопадов или восходящих водопадов. Другими словами, многие природные явления не имеют временно́й симметрии.*

наблюдаем одни и те же правила механики, обратимые во времени? Эта задача волнует физиков уже более ста лет, и до сих пор ученые не пришли к консенсусу относительно того, как ее решить. Похоже, приобретает все бóльшую популярность идея о том, что решение кроется в особых условиях зарождения нашей Вселенной, а не в обратимом или необратимом характере законов, которым она подчиняется. Исходное состояние Вселенной было чрезвычайно упорядоченным, что известно в физике как состояние низкой энтропии, но в какой-то момент порядок начал нарушаться и дал начало временнóй асимметрии, или оси времени.

Симметрия против таблиц

В игре в шахматы белые всегда начинают. Задумывались ли вы когда-либо, что случится, если, играя черными, повторять каждый ход белых, то есть сохранять симметричное расположение фигур? Результат такой стратегии, как правило, не очень хорош, так как инициатива всегда на стороне белых. В анналах истории шахмат, безусловно, есть сведения о полностью симметричном поединке, который длился 16 ходов и закончился вничью. К концу поединка доска демонстрировала совершенно симметричное расположение черных и белых фигур.

Этот поединок был разыгран на Всероссийском турнире любителей в 1909 году; соперниками были Герш Ротлеви (Польша) и Моисей Захарович Эльяшов (Латвия). Для всех увлекающихся шахматами приводим таблицу ходов поединка.

1. e4 e5	2. ♘f3 ♘f6	3. ♘c3 ♘c6	4. ♗b5 ♗b4	5. O-O O-O
6. d3 d6	7. ♗xc6 ♗xc3	8. ♗xb7 ♗xb2	9. ♗xa8 ♗xa1	
10. ♗g5 ♗g4	11. ♕xa1 ♕xa8	12. ♗xf6 ♗xf3	13. ♗xg7 ♗xg2	
14. ♗xf8 ♗xf1	15. ♕xf1 ♕xf8	16. ♕g2+ ♕g7	1/2–1/2	

▲ *Шахматный поединок, записанный алгебраически. Буквы и цифры представляют собой декартовы координаты фигур, горизонтальную и вертикальную, считая от левого нижнего угла доски. Ходы, где нет обозначения фигуры, соответствуют ходу пешки. Знак умножения обозначает, что фигура съедена, а «0-0» — это знак рокировки. Наконец, загадочное «1/2–1/2» обозначает, что игроки согласились на ничью.*

◀ *Два игрока достигли позиции полного симметричного расположения фигур посредством повторения черными всех ходов белых. Так как эта стратегия не особо перспективная, результат ничего не говорит о шахматной компетентности человека, играющего белыми фигурами.*

Симметрия букв и слов

А щи пища?

Эта фраза — так называемый палиндром. Именно так называют слово или предложение, одинаково читающиеся как слева направо, так и справа налево. Есть палиндромические имена собственные, как, например, *Анна*; существуют целые фразы-палиндромы, как вышеуказанный пример, но можно придумать и гораздо более длинные предложения:

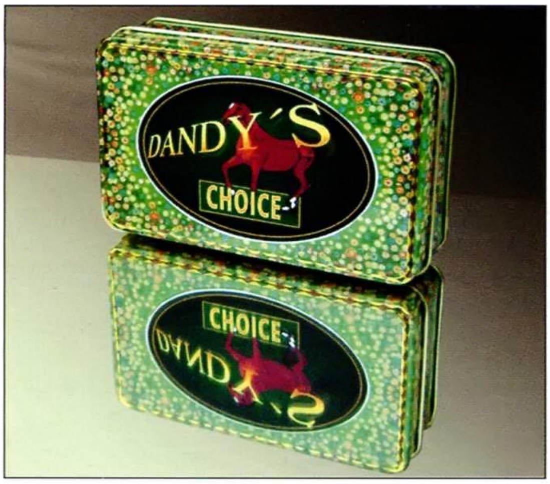
Городничему в уме чин дорог.

Даже классики писали палиндромами:

А роза упала на лапу Азора (А.Фет).

Эти слова и фразы называют симметричными, хотя тут речь идет об особом виде симметрии. Это совершенно противоположно тому, что происходит с амбиграммами, где присутствует самая настоящая симметрия. Слово «амбиграмма» происходит от англосаксонского термина, придуманного Дугласом Хофштадтером, профессором когнитивной психологии Университета Индианы. Слово АМА, например, считается амбиграммой, так как имеет осевую симметрию относительно вертикальной оси, делящей букву М на две равные части, что позволяет прочитать слово, поместив его половину рядом с зеркалом. Слово OSO, наоборот, — пример центральной симметрии: оно прочитается, даже если слово повернуть на 180°. Слово COCO — уже другой тип амбиграммы. Здесь мы видим центральную симметрию относительно горизонтальной оси: слово одинаково читается и в перевернутом виде, и у зеркала.

Один британский производитель пишет название марки конфет *Dandy's choice* на внешней стороне коробки. Удивительным является то, что если поставить коробку на отражающую поверхность (зеркало или блестящую мебель), то слово CHOICE можно прочитать без каких-либо затруднений и в отражении. Интересно, что слово DANDY'S отраженным прочитать не удастся: CHOICE является амбиграммой, а DANDY'S — нет.



◄ Некоторые буквы алфавита симметричны относительно горизонтальной оси, проходящей через их центр. Поэтому слова, которые они образуют, не меняются при отражении в зеркальной поверхности.

Исходя из амбиграмматических свойств некоторых букв, можно создать забавную визуальную игрушку с магическим эффектом. Сделаем небольшую табличку со словом YAMAMOTO и привинтим к ней палочку, чтобы табличка могла вертеться вокруг этой оси с постоянной скоростью. При определенном освещении после достижения необходимой скорости начинает казаться, что слово парит в воздухе. Такого эффекта можно достичь только при использовании слов, состоящих из букв, поддерживающих осевую симметрию относительно вертикальной оси, разделяющей их пополам. В латинском алфавите такой характеристикой обладают следующие буквы:

A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y.

▲ С помощью букв, обладающих симметрией относительно вертикальной оси, можно добиться интересных зрительных эффектов.

В поисках симметрии

Для людей симметрия ассоциируется с порядком, равновесием и совершенством. Неудивительно, что в нашем представлении Бог, самое совершенное из возможного, не воспринимается иначе, нежели в той или иной форме симметрии. От разнообразных коптских, греческих и христианских крестов до множества архитектурных стилей, где различные культуры давали пристанище своим богам, — везде мы обнаруживаем геометрическую симметрию. Даже Гауди, один из самых неортодоксальных архитекторов, не смог избежать очарования симметрии. Или порабощения симметрией, смотря с какой стороны взглянуть. Вполне возможно, что любовь к симметрии обусловлена нашей физиологией: человеческое тело, как и большинство живых созданий, несет в себе изумительную симметричность. Мозг, центральный компьютер, который обрабатывает всю поступающую в него информацию, — тоже симметричен, по крайней мере, по своей форме, хотя в функциональном отношении этого нет. Некоторые проведенные исследования человеческого восприятия и способов познания подтвердили если не убедительные, то как минимум любопытные факты относительно нашего восприятия симметрии.

Нельзя сказать, что человеческое тело в целом и лицо в частности совершенны в плане симметрии. Если мы внимательно присмотримся к лицу, то увидим небольшие различия между его левой и правой половинами. Есть версия, что лицо с легким нарушением симметрии бессознательно воспринимается нами как более симпатичное, нежели идеально симметричное.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Природа не всегда симметрична. Есть много существ, отмеченных асимметрией, как, например, краб-скрипач, снабженный клещами только с одной стороны. У нарвала китообразного один из его двух зубов развивается так, что может преодолеть отметку в два метра. Эта асимметрия настолько необычна, что нарвала называют морским единорогом. Существуют виды, стремление к асимметричности которых поражает воображение. Плоские рыбы, такие как камбала, палтус и некоторые другие, рождаются и сохраняют свою симметрию, будучи личинками, но с развитием с ними случаются совершенно удивительные вещи: например, перемещение глаза, который пересекает практически всю голову, пока не встанет с другой стороны. Вот к чему приходится прибегать, чтобы достигнуть небольшой асимметрии!

► Камбала приспособилась к жизни на морском дне посредством любопытного асимметричного изменения — миграции глаза. Благодаря этому оба ее глаза находятся с одной стороны тела (после того как один из них передвинулся по своду черепа).

- 20 февраля 2002 года отмечался Международный день симметрии. Это мог бы быть просто день палиндрома, но теме была придана большая огласка, к тому же она была расширена в геометрическом смысле. Многие интернет-страницы опубликовали открытия, истории и разные любопытные математические курьезы из жизни артистов, ученых и коллекционеров. И все это было нелишним, учитывая симметричность даты: 20022002.

Своими математическими трудами физик Эдвард Виттен дал огромный толчок развитию теории суперструн, которая, по словам многих экспертов, является главным кандидатом на звание «исключительно простой теории всего», то есть последней теории в физике.

Гений топологии
Эдвард Виттен

Эдвард Виттен родился в Балтиморе (штат Мэриленд, США) в 1951 году. Свое высшее образование начал в университете Брандейса, который окончил в 1971 году. Тремя годами позже Виттен завершил обучение в магистратуре Принстонского университета, где с 1980 года начал преподавать физику. В настоящее время Виттен обучает физике студентов Института перспективных исследований Принстонского университета и считается одним из величайших гениев науки второй половины XX века.

Научные интересы Виттена лежат в физико-математической сфере. В его публикациях физика занимает центральное место, особенно там, где речь идет о суперсимметрии и суперструнах. Но, как это часто случается в науке, приверженность к физике не помешала ученому совершить немало математических открытий — вспомним, как это произошло с исчислением бесконечно малых Ньютона и Лейбница. Усилия Виттена в решении основных проблем некоторых областей теоретической физики, таких как топологическая теория квантовых полей, принесли в основном чисто математические результаты, за которые ученому была присуждена Филдсовская премия в 1990 году.

◀ *Практически неизвестный широкой публике, Эдвард Виттен признан научной элитой талантом первой величины, исключительной фигурой, играющей важную роль в развитии физики и математики благодаря исследованиям в теории суперструн.*

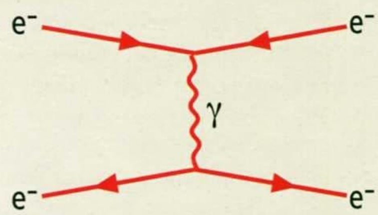
Теория суперструн

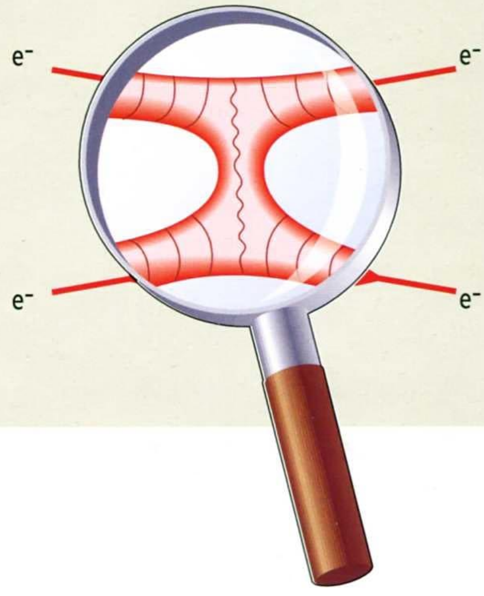
В современной физике есть две теории, которые не только демонстрируют большую теоретическую надежность, но и удачно подтверждены на экспериментальном уровне: релятивистская теория гравитации и квантовая механика. Безусловно, это две взаимоисключающие теории: модель гравитации, устанавливающая основную теорию относительности, не работает в квантовой теории. Единственный возможный мостик между ними — это теория суперструн, которой Виттен дал сильный толчок во второй половине 1990-х годов. Он установил математическую формулу, приведшую в конечном итоге к созданию так называемой М-теории, название которой, как говорит Виттен, можно толковать как «мистическая», «магическая» или «материнская». В последнем варианте имеется в виду математика как мать всех наук; под мистикой подразумевается весь субатомный мир, который до сих пор ревниво охраняет многие из своих секретов. Что же касается магии... По словам самого Эдварда Виттена, в теории суперструн «кроется столько фантастических секретов, что любой, кто будет заниматься этой темой, признает, что она полна магии. Это очень красиво работает... Когда что-то несовпадающее вдруг начинает совпадать, как это происходит сейчас, ты понимаешь, что такое магия».

Теория суперструн — это теория экстраординарной сложности, а математика, содержащаяся в ней, труднодоступна даже для профессиональных математиков, если они не работают конкретно в этой сфере. Следуя этой теории, элементарные частицы, из которых состоит материя, происходят из колебаний струн бесконечно малых размеров аналогично тому, как музыкальные ноты рождаются при вибрации струн фортепиано. Для многих специалистов одним из самых коварных факторов этой теории стало то, что струны должны расти в 11-мерной Вселенной.

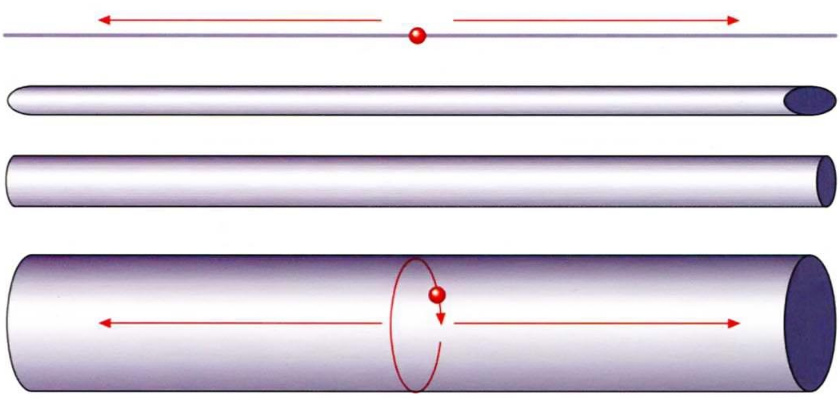
Частицы как суперструны

Здесь изображен способ визуализации взаимодействия между двумя электронами, следуя стандартной теории элементарных частиц. Точечные электроны заходят слева (e^-), меняют фотон (γ) и снова расходятся.





При достаточно большом увеличении мы увидим это явление так, как его отражает теория суперструн. Взаимодействующие частицы и замененная частица являются не точечными, а одномерными струнами.



▲ *«Добавленное» геометрическое измерение может остаться незамеченным из-за небольших размеров пространства. При большом увеличении одномерной нити она на самом деле станет похожа на трубу.*

Скрытые измерения

Не так давно мы были вынуждены принять существование четвертого измерения — времени. Даже это было сложно, хотя природа этого измерения была нам более или менее знакома. Что уж говорить о признании существования 11 измерений, на чем настаивает теория суперструн! Чтобы было легче интуитивно понять, как это может быть, рассмотрим гипотезу о скрытых измерениях. Давайте представим, что мы одномерные существа, живущие во Вселенной, напоминающей трубку, чей радиус сопоставим с радиусом нашей нынешней Вселенной. Мы не подозреваем о трубкообразном устройстве нашего мира и, в силу своей одномерности, имеем возможность передвигаться только вперед или назад. Но достаточно маленькие элементы, например, частицы, могут передвигаться также и по внутренней поверхности трубки в силу ее размера. Это «добавленное» измерение практически незаметно для восприятия. Что-то похожее происходит и в нашем трехмерном пространстве, где мы не можем почувствовать скрытые измерения в микромире.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Существует международный рейтинг, основанный на индексах влияния различных научных изданий. В нем учитываются не только научные издания, но и частота, с которой определенная статья в них упоминалась. В период с 1981 по 1997 годы Эдвард Виттен занимал в этом рейтинге первое место среди тысячи лучших физиков мира.
- Некоторые считают, что доказательство теории суперструн совершит революцию в истории физики — такую же, как теория относительности Эйнштейна или появление квантовой механики.
- В Уставе, регламентирующем вручение Филдсовской премии, существует строгое правило: премия может быть вручена математикам не старше 40 лет. Эндрю Уайлс получил бы эту премию за доказательство теоремы Ферма, но ошибка в вычислениях вынудила его работать над ним еще два года. Когда наконец-то оно было закончено и не имело ошибок, ученому исполнилось 42, и он уже не мог получить премию.

Филдсовская премия

С 1932 года в течение 70 лет премия Филдса была единственной международной премией, которой награждались признанные исключительными математические работы. До учреждения в 2002 году Норвежской академией наук Абелевской премии по математике отсутствие Нобелевской премии по этой дисциплине не позволяло выдающимся математикам получать заслуженные награды.

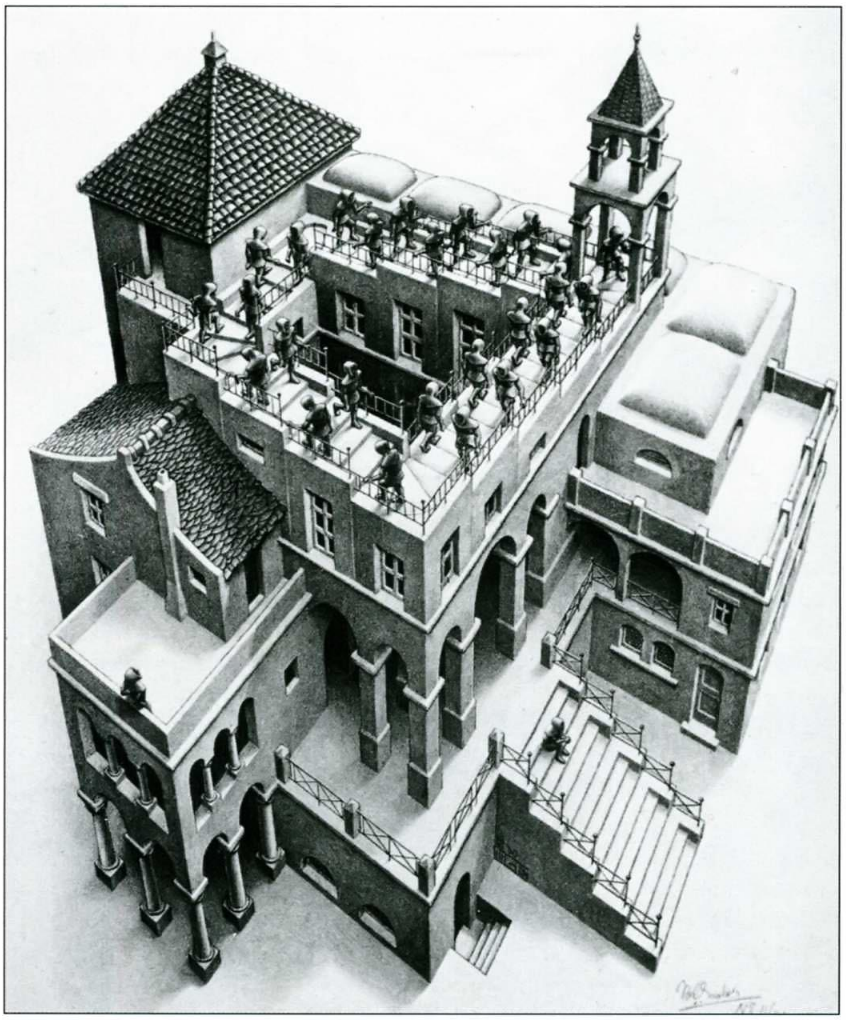
Именно поэтому канадский математик Джон Чарльз Филдс (1863—1932) предложил в 1924 году Международному математическому конгрессу, которым он сам и руководил, учредить интернациональную премию для важных открытий в области математики. Предполагалось, что эта премия включала бы в себя чисто символическую сумму денег и медаль. Дизайн медали разработал канадский скульптор Роберт Тейт МакКензи. Она изготовлена из золота и имеет две надписи. На лицевой стороне рядом с изображением бюста Архимеда написано на латыни: *Transire svvm pectus mvndoque potire* («Превзойти свою человеческую ограниченность и покорить Вселенную»). Надпись на оборотной стороне, поверх нарисованных цилиндра и сферы, гласит: *Congregati ex toto orbe mathematici ob scripta insignia tribvere* («Математики, собравшиеся со всего света, чествуют замечательный вклад в познания»).

Начиная с 1924 года премия выдавалась каждые четыре года двум математикам (перерыв был сделан только в годы Второй мировой войны). С 1966 года число математиков, которым выдавалась премия, увеличилось до шести, но в 2002 году в виде исключения были награждены только двое.

Благодаря своему необычному художественному интеллекту, Эшер смог проникнуть в сферы, сложные для наглядного представления даже для математиков, и продемонстрировал новые измерения всем желающим.

Вселенная Эшера

Математика, ставшая искусством

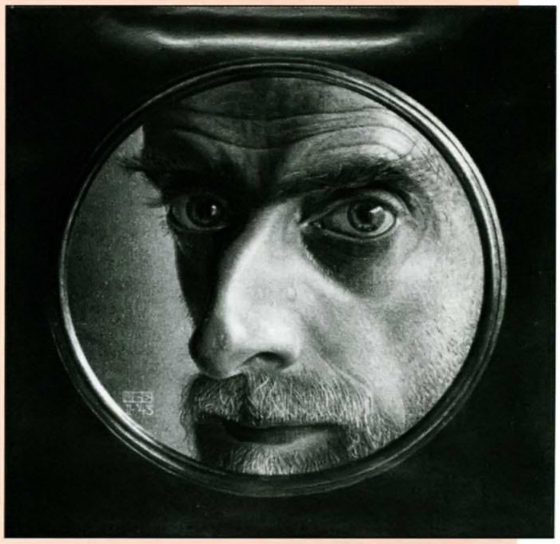


Эшер, математик-самоучка, раскрылся как неутомимый исследователь, который задает математикам вопросы и получает интересующие его ответы. Именно таким образом он приобретает знания, которые затем превращаются в изысканные методы, позволяющие рисовать то, что никто никогда до него не рисовал. Его гравюры не только изображают несуществующие миры, но и служат новыми источниками исследований для математиков. Можно бесконечно рассматривать его работы, не будучи знакомым со сложными геометрическими законами, скрывающимися за картинами, и так никогда и не понять тайну очарования его гравюр. Таким образом Эшер достигает цели, к которой стремится каждый художник: захватить внимание зрителя с помощью одного только изображения.

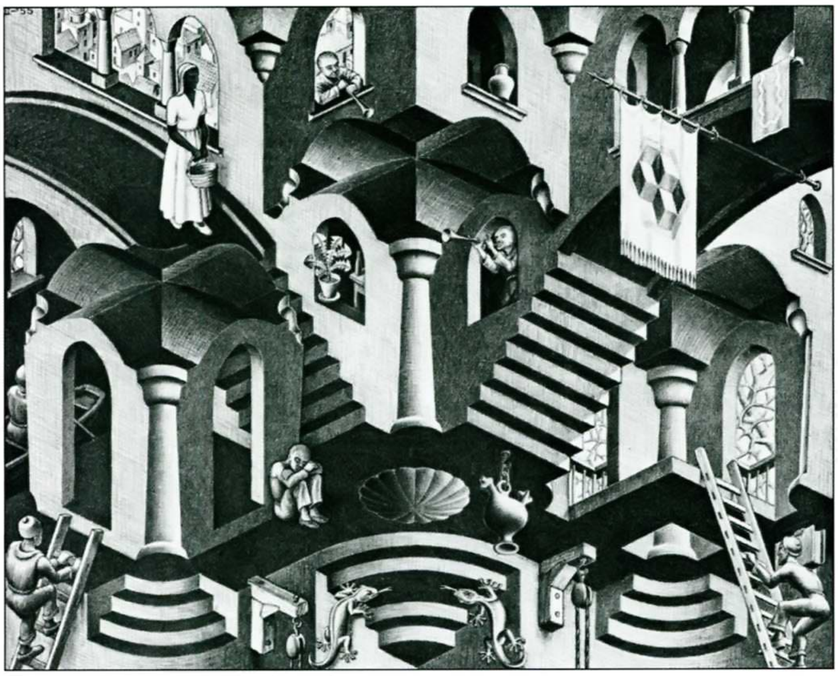
▲ *Одной из особенностей Эшера было его гениальное умение использовать законы перспективы для постройки невозможных форм. Его знаменитая картина «Спускаясь и поднимаясь» вдохновлена статьей британского генетика Л. С. Пенроуза и его сына Роджера, знаменитого физика и математика. Две группы необычных монахов идут по замкнутой траектории в высокой башне, одни неизменно поднимаясь, а другие постоянно спускаясь.*

Интуитивный гений

Мауриц Корнелис Эшер родился в городе Леуварден (Голландия) 17 июня 1898 года. Его отец хотел, чтобы сын занялся наукой, но Мауриц никогда не был хорошим студентом — даже по искусству он не получал хороших оценок. Он начал обучение на архитектора в Харлеме, но через некоторое время забросил учебу. Тогда-то он и познакомился с Мескитой, преподавателем по графике, который был первым, кто оценил талант Эшера. Большой любитель путешествий, Эшер посетил юг Франции, Испанию и Италию, наблюдая и делая зарисовки пейзажей и архитектурных сооружений, которые, видимо, и послужили источником вдохновения для многих его работ (первое



свое путешествие Эшер совершил в Испанию, приехав в качестве воспитателя для детей своих друзей). Это был скромный и весьма нелюдимый человек. Он женился в 1924 году на Джетте Умикер, женщине швейцарского происхождения; впоследствии у них родилось трое детей. Эшер умер 27 марта 1972 года в Голландии в возрасте 74 лет. Его гравюры, которые начали хорошо продаваться уже в конце 1950-х годов, завоевали международное признание благодаря беспрецедентному событию в мире искусства: автор смог представить вселенную математики.



◀ *Вот как сам Эшер описывает свою картину «Выпуклый и вогнутый»: «Три рядом стоящих дома, каждый под своим сводчатым потолком. Можно увидеть левый дом снаружи, правый дом изнутри и внутренний и внешний вид центрального дома — все зависит от прихоти смотрящего».*

Выпукло-вогнутый

Для создания своих загадочных картин Эшер использовал неоднозначность восприятия выпуклых и вогнутых поверхностей на плоскости.

Чтобы понять, что фигура выпуклая, представим себе, что мы помещаем мяч на ее вершине, где равновесие неустойчиво. При малейшем касании мяча он начинает скатываться с вершины фигуры. И наоборот, если поверхность вогнутая, то мы можем положить мяч на ее дно, а при попытке сдвинуть его с этой точки он снова скатится туда, где был изначально. На эшеровской литографии «Выпуклый и вогнутый» (1955) не вполне понятно, как поведет себя мяч, сдвинутый с места. В левой части гравюры женщина с корзиной в руке спускается по мосту, под которым проплывает лодка, управляемая мужчиной. Мы наблюдаем очевидно выпуклый пример архитектурной формы: мяч спустится по мосту и докатится до лестницы. А в правой части гравюры, несомненно, вогнутая перспектива: если мы представим себя тем мужчиной, который поднимается по лестнице, и посмотрим вверх, то явно увидим своды моста, то есть вогнутые поверхности. Нижняя часть моста, к своду которой прибито два кольца, на которых висит перекладина с флагом, — одна из них.

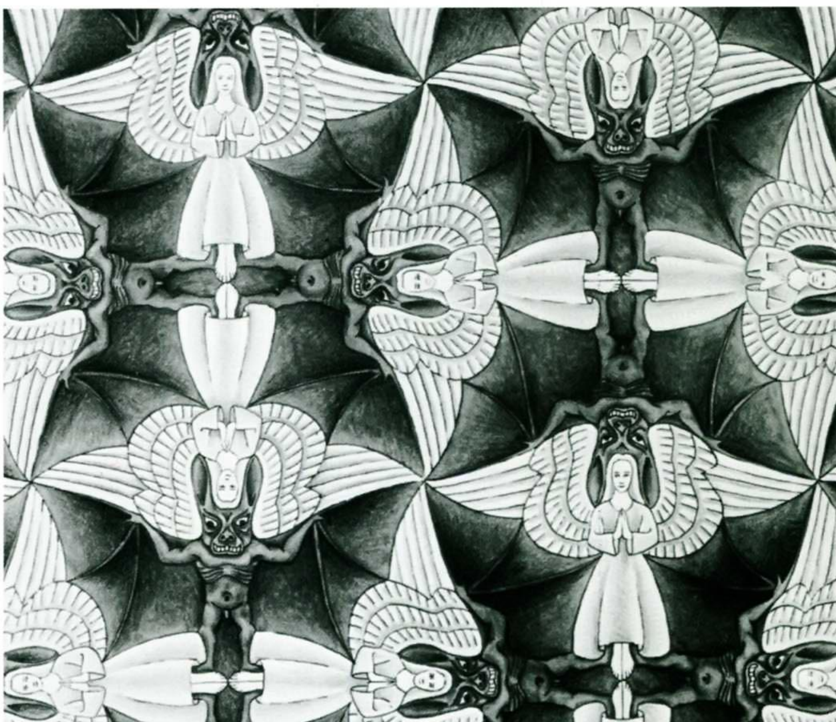
Пока мы смотрим на гравюру слева или справа, мы не видим на картине ничего необычного. Проблемы начинаются, когда мы перемещаемся к центру. Неожиданно арка справа становится настоящей лестницей, по которой наш мяч, подпрыгивая, докатится до центра рисунка. С этой точки зрения расположение перекладины с флагом теряет смысл, как и некоторые другие предметы, стоящие на полу или прикрепленные к стене, которые словно начинают плавать в воздухе как по мановению волшебной палочки. Гравюра больше не успокаивает нас своей узнаваемостью, она стала сюрреалистичной сценой, где происходит совершенно невозможное. Теперь при пристальном разглядывании картины неизбежно появляется ощущение головокружения. В центре рисунка есть некоторое подобие зонтика в виде ракушки, где переход от вогнутого к выпуклому происходит непрерывно: эта поверхность кажется вогнутой, если представить себе, что свет падает слева, и выпуклой, если вообразить источник света справа.

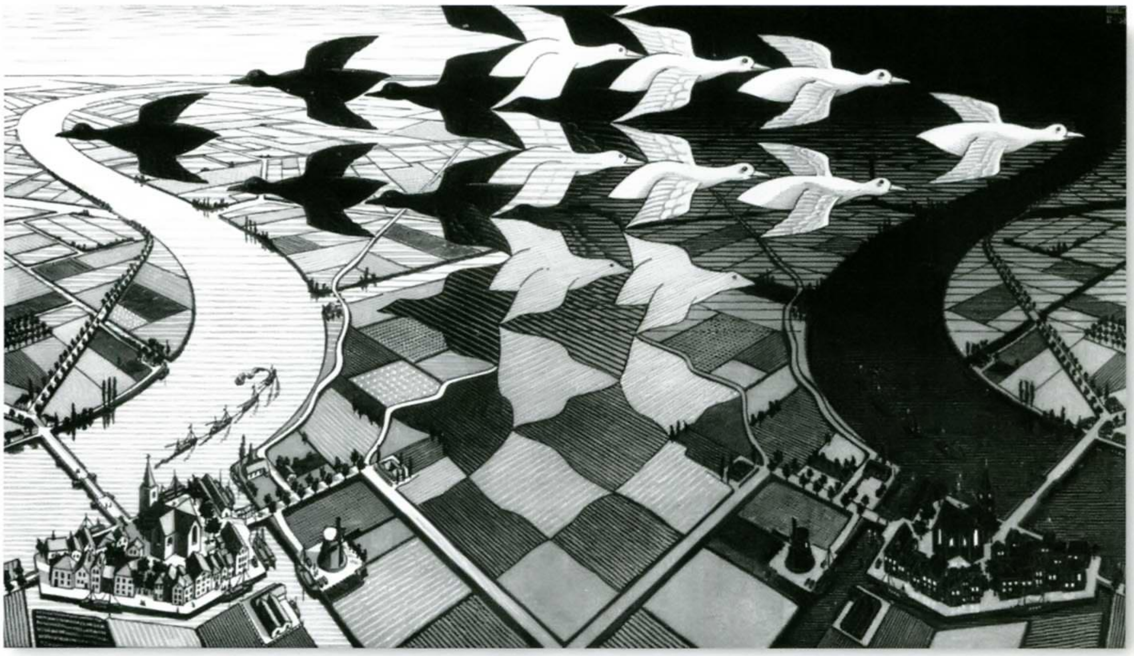
Мозаики и метаморфозы

Эшер дважды посетил Альгамбру в Гранаде. Первый раз осенью 1922 года, а второй — в мае 1936 года. Он был очень удивлен рисунком керамической мозаики, украшавшей стены. Арабская культура не позволяет изображать живые существа при декорировании помещений.

Этот факт очень заинтересовал Эшера, и он записал в одной из своих дорожных тетрадей: «Очень странно отсутствие любого изображения

▼ *Одна из самых необычных и тревожных работ Эшера «Рай и ад», где точное сочленение ангелов и демонов, кажется, подчеркивает тесную связь между добром и злом.*





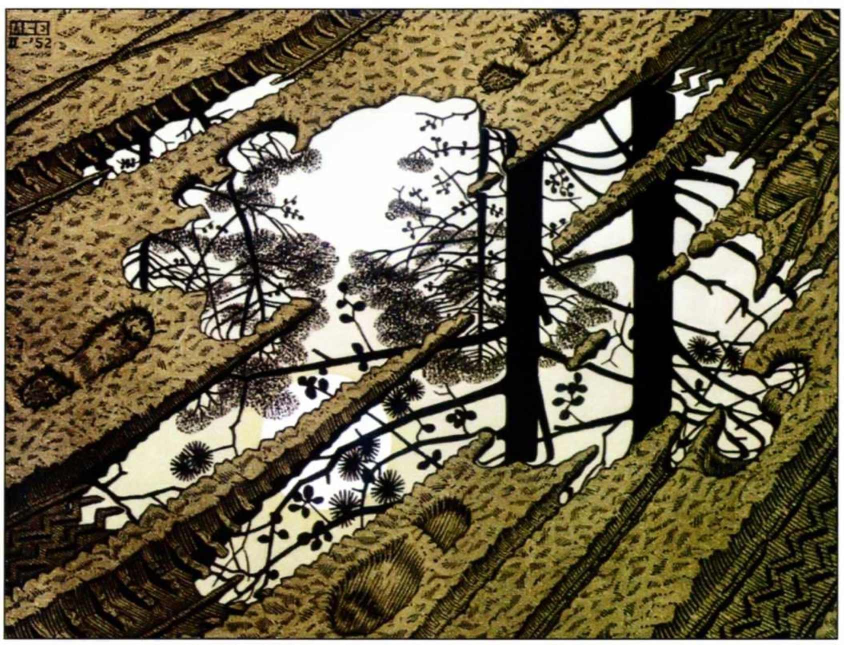
◀ «День и ночь» — это игра тесселяций, симметрий и метаморфоз. По мере удаления от центральной вертикальной оси рисунка белые и черные птицы становятся более яркими относительно полюса противоположного цвета. Но есть еще кое-что: взглянув вниз, мы обнаруживаем, что птицы превращаются в прямоугольные поля.

человека или животного на исламских орнаментах. Нет даже изображений растений. Вероятно, это то, что придает силы и одновременно их отнимает». Эшер чувствовал, что в способе покрытия стены симметричными рисунками спрятан секрет, который необходимо разгадать. Во время своего второго посещения Альгамбры он с помощью своей жены срисовывал орнаменты, чтобы спокойно изучить их дома. Несколько раз безуспешно Эшер пытался запечатлеть всю поверхность, неоднократно повторяя один и тот же узор, пока после десяти лет упорной работы не нашел решение. Этот способ стал одним из самых важных инструментов его творчества, способствуя, помимо всего прочего, и метаморфозам. «Это самый богатый источник вдохновения, который я когда-либо встречал», — сказал однажды Эшер.

И снова Эшер поставил математическую задачу об определенного размера тесселяции плоскости, то есть о периодическом разбиении поверхности на основе заданного шаблона, который повторяет передвижения, повороты и зеркальные симметрии. В 1925 году венгерский математик Дьёрдь Пойа (1887—1985) показал, что есть только 17 возможных способов мощения плоскости плиткой. Это были те самые варианты, найденные Эшером. И те же самые, что использовали арабские зодчие на стенах Альгамбры в Гранаде шесть веков назад.

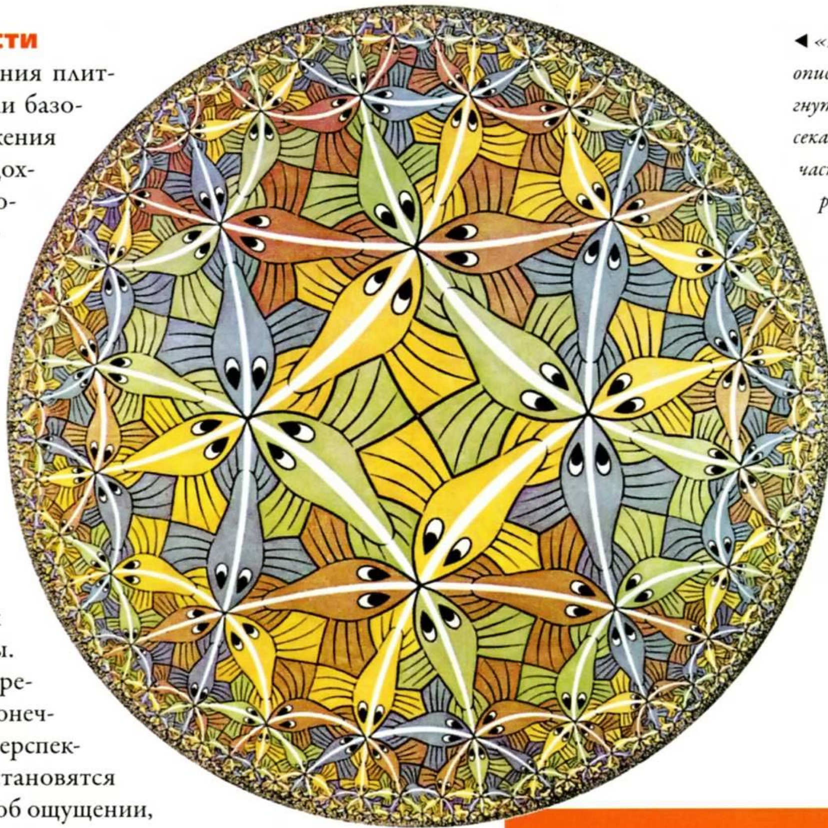
▼▼ *Эшер обращался также и к отражениям. В картине «Рука с зеркальным шаром» (слева) можно увидеть большую часть внутренней обстановки дома художника внутри зеркальной сферы, хотя изображение и несколько деформировано, как это бывает при отражении в шаре.*

В картине «Лужа» деревья, отражающиеся в воде, из-за резкой смены перспективы трансформируются в совсем другие деревья, приковывая внимание своей странной ломаной структурой.



Стремясь к бесконечности

Различные техники выкладывания плитки, которые открыл Эшер, были базовым инструментом для изображения неевклидова пространства. Вдохновленный гиперболической мозаикой работы французского математика Анри Пуанкаре (1854—1912), опубликованной в книге по введению в геометрию Дональда Коксетера (1907—2003), Эшер создал чудесное гиперболическое пространство «Предел круга III» (*Circle Limit III*). Если встать в центр рисунка и представить, что мы движемся к его внешнему краю, то мы будем делать это таким же образом, как это делают эшеровские рыбы. Граница круга, к которой мы стремимся, похоже, находится в бесконечности. Речь не идет о рисунке в перспективе, где рыбы всего-навсего становятся меньше в размере. Мы говорим об ощущении, что края рисунка достичь невозможно.



◄ «Предел круга III». Эшер описывает это так: «Изогнутые белые линии, пересекаясь, делят друг друга на части, каждая из которых равна длине рыбы. Эти кривые воплощают пути, по которым следуют рыбы — от бесконечно малых до бесконечно малых, проходя через свой максимально возможный размер. Необходимо четыре цвета, чтобы рыбы различались между собой».

▼ Этот вид апельсиновой кожуры Эшер назвал сферической спиралью. На самом деле математики сказали бы, что речь идет о локсодромии, то есть о кривой на поверхности вращения, пересекающей все меридианы под постоянным углом. Сферические спирали Эшера закручиваются вокруг полюсов, никогда их не достигая.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Эшер, обожающий морские путешествия, написал письмо в компанию Adria de Fiume, специализирующуюся на круизах по Средиземноморью. Он просил билеты для себя и своей жены в обмен на 48 гравюр и четыре копии 12 деревянных плит с гравировкой, эскизы которых он сделает по дороге. Компания согласилась, и пара путешествовала на грузовом судне с апреля по июнь 1936 года.
- Во время своего первого путешествия по Испании, когда Эшер впервые посетил Альгамбру, он задержался у стен Картахены, чтобы сделать некоторые заметки. Полицейский посчитал подозрительным иностранца, что-то рисующего в блокноте. Эшера отвели в комиссариат, и все его зарисовки были изъяты полицейскими. Благодаря вмешательству супруги художника, его освободили меньше чем через час, и пара смогла вернуться на корабль. К сожалению, свои рисунки Эшер вернуть так и не смог. По всей видимости, в облике художника действительно было нечто подозрительное, ведь семью годами раньше его уже задерживали в Италии, в деревне Кастровальва, по обвинению в заговоре против короля. В полицию заявила женщина, которая, наблюдая за художником, нашла его сомнительным.

1. Картонная коробка

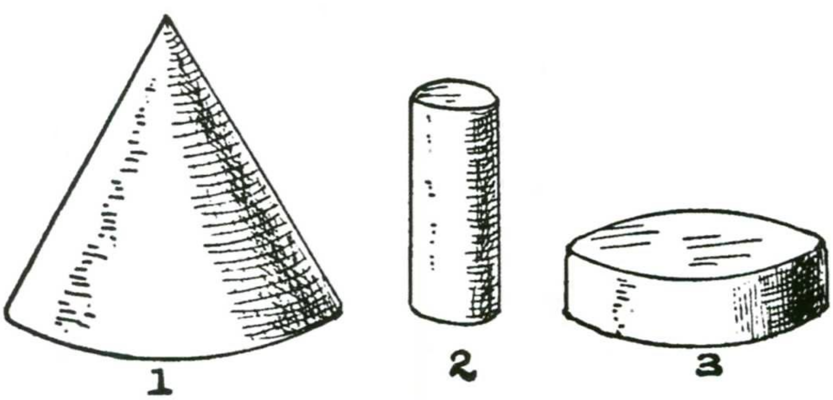
Это несложная задачка, но давайте попробуем найти простой способ ее решения.

У меня есть прямоугольная картонная коробка. Верхняя ее поверхность имеет площадь, равную 120 квадратным дюймам, площадь одной стороны коробки — 96 квадратных дюймов, площадь другой — 80 квадратных дюймов. Каковы точные размеры коробки?

2. Как нарисовать овал

Вы можете нарисовать овал на бумаге одним движением циркуля? Это проще простого, если знать, как.

3. Задачка про конус



У меня есть деревянный конус, такой как на рисунке 1. Как мне его обрезать, чтобы получить цилиндр максимально возможного объема? Я мог бы вырезать высокий и тонкий цилиндр, как на рисунке 2, или маленький и широкий — такой как на рисунке 3. Даже ребенок мог бы сказать, где надо резать, если бы знал принцип разреза. Можете ли вы догадаться, что это за простое правило?

4. Задача про сферу

Как-то раз каменщик решил вырезать сферу для архитектурного украшения. Мимо проходил сообразительный школьник.

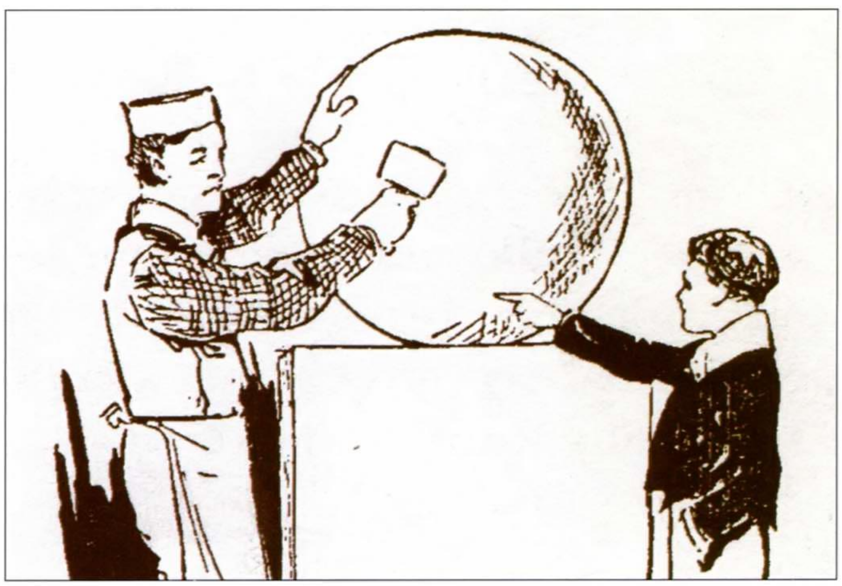
— Постой, — сказал ему каменщик, — ты похож на умного мальчика. Сможешь ответить мне на вопрос? Если я поставлю эту сферу на плоскость, сколько таких же сфер я могу поставить рядом с ней, чтобы каждая сфера соприкасалась с этой?

Мальчик тут же дал ему правильный ответ и спросил в свою очередь:

— Если бы поверхность этой сферы содержала столько же квадратных футов, сколько кубических футов в ее объеме, какова была бы длина диаметра?

Каменщик не смог ему ответить.

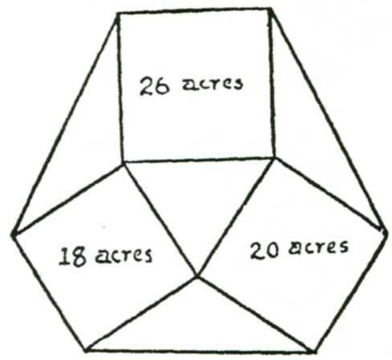
А вы можете ответить правильно на вопрос каменщика? А на вопрос мальчика?



▼ *Если бы поверхность этой сферы содержала столько же квадратных футов, сколько кубических футов в ее объеме, какова была бы длина диаметра?*

5. Усадьба фермера Вурзеля

Теперь я расскажу об одной «земельной» проблеме. Думаю, что мой ответ будет интересен, и вы его легко поймете.



У фермера Вурзеля было три квадратных участка площадью 18, 20 и 26 акров (см. рисунок). Чтобы соединить свои владения, он купил четыре треугольных участка, расположенных между ними. Сможете вычислить общую площадь усадьбы Вурзеля?

6. Восемь палочек

У меня есть восемь палочек. Четыре из них в два раза короче остальных. Я разложил их на столе таким образом, что получилось три одинаковых квадрата. Как у меня это вышло? Все палочки должны быть использованы.

Решения

1. Площадь верхней поверхности, умноженная на площадь одной стороны и разделенная на площадь другой стороны, даст нам квадрат длины. Аналогично умножение площади верхней поверхности на площадь второй стороны, разделенная на площадь первой стороны, дает квадрат ширины. Произведение площадей обеих сторон, разделенное на площадь верхней поверхности, дает квадрат глубины. Нам достаточно выполнить всего лишь одну из этих операций. К примеру, $120 \times 96/80 = 144$. 144 — это квадрат 12. Значит, длина коробки — 12 дюймов. Теперь можно легко найти ширину и глубину — 10 и 8 дюймов соответственно.

2. Если вы обернете бутылку или цилиндрическую поверхность листом бумаги, то нарисовать овал на листе можно будет всего лишь одним оборотом циркуля.

3. Правило заключается в том, чтобы отрезать конус на 1/3 его высоты.

4. Если сферу поставить на гладкую поверхность, то рядом с ней на ту же поверхность можно поставить шесть таких же сфер таким образом, что все они будут соприкасаться с центральной.

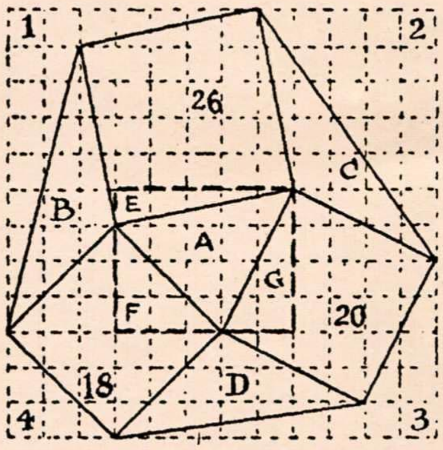
Что касается второго вопроса, то отношение диаметра круга к его окружности называется числом π («пи»). И хотя мы не можем выразить это число точной цифрой, мы можем использовать его приблизительное значение в любых практических целях. В нашем случае совершенно не обязательно знать значение числа π, и вот почему. Для того чтобы найти площадь сферы, мы умножаем квадрат диаметра на число π; чтобы найти объем сферы, умножаем диаметр в кубе на одну шестую числа π. Приравнивая эти формулы друг к другу, мы можем сократить число π и искать только число, квадрат которого равен одной шестой его же куба. Очевидно, что это число 6. Поэтому сфера была диаметром в 6 футов, площадь ее поверхности равна 36 π квадратных футов, а объем сферы — 36 π кубических футов.

5. Площадь всей фермы равна 100 акрам.

Чтобы получить этот результат, используем следующую формулу:

$$\sqrt{\frac{4ab-(a+b+c)^2}{4}},$$

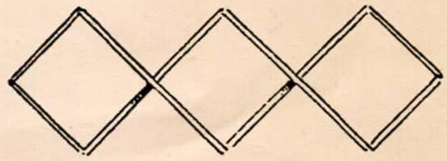
где a, b, c — площади трех квадратных участков в любом порядке. Выражение задает площадь треугольника A. Видно, что его площадь равна 9 акрам. Легко доказать, что треугольники A, B, C и D одинаковы по площади. Таким образом, ответ: $26 + 20 + 18 + 9 + 9 + 9 + 9 = 100$ акров.

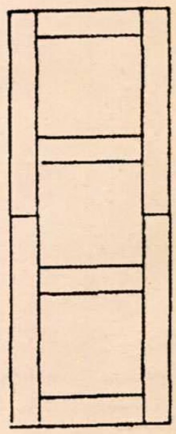


Приведем доказательство. Если площадь каждого маленького пунктирного квадрата на рисунке составляет 1 акр, то перед нами — точный план владения, ведь сумма квадратов 5 и 1 равна 26; сумма квадратов 4 и 2 равна 20; сумма квадратов 3 и 3 равна 18. Видим, что площадь треугольника E равна 2 1/2, площадь треугольника F равна 4 1/2, площадь треугольника G равна 4. Сумма их площадей составляет 11 акров. Отсюда выводим площадь центрального прямоугольника — 20 акров. Получаем, что площадь участка A равна 9 акрам. Докажем, что треугольные участки B, C и D имеют ту же площадь, что и участок A. Поделив каждый из них на две части линией, идущей от середины самой длинной стороны до противоположного угла, мы увидим, что половинки каждого из треугольников B, C и D, будучи вырезанными, идеально подойдут для формирования треугольника A.

Этот же результат можно получить более простым способом. Наша схема поделена на квадраты площадью 1 акр. Общая площадь схемы $12 \times 12 = 144$ акра. Части 1, 2, 3, 4, не включенные во владение, имеют площади соответственно 12 1/2, 7 1/2, 9 1/2 и 4 1/2 акров. Их сумма составляет 44 акра. Вычитая 44 из 144, получаем результат — 100 акров. Это и есть необходимая нам площадь всего владения.

6. На первом рисунке изображен тот ответ, который дают на эту задачку почти все. На первый взгляд это решение кажется удовлетворительным. Но давайте





взглянем на условия. Нам нужно положить каждую из палочек на стол. Если мы прислоним лесенку к стене, только одним концом оставив ее на земле, то мы не сможем сказать, что она «стоит на земле». И если мы поставим наши палочки так, как показано на рисунке выше, то увидим, что только один конец «лесенки» из двух касается стола; сказать, что каждая из палочек стоит на столе, было бы неправильно. Чтобы найти верное решение, необходимо иметь палочки нужного размера. Допустим, длинные палочки имеют длину 8 дюймов, а короткие — 4 дюйма. Наши палочки должны иметь толщину 1 дюйм — только в этом случае мы получим три одинаковых замкнутых квадрата, как показано на втором рисунке. Если бы я сказал «спички», а не «палочки», то решение задачки было бы невозможным, потому что обычная спичка имеет длину приблизительно в 20 раз бóльшую, нежели толщина, и внутри «лесенки» были бы прямоугольники, а не квадраты.

Решение кажется простым: в каждое отверстие по шарику. Но... сколько шариков? А сколько отверстий? Подобрать правильную комбинацию из различных частей — это только вопрос удачи, или можно найти аналитическое решение?

Проблема подгонки

Шарики и отверстия

▲ *Количество комбинаторных возможностей, которые предлагает игра, достаточно для того, чтобы было провалено множество попыток, выглядящих многообещающими. Но ситуация становится совсем иной, если воспользоваться логикой и проявить изобретательность.*

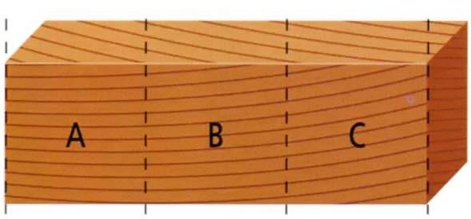
Среди огромного спектра головоломок всех времен и народов особняком стоят те, для решения которых нужно уложить фишки в коробочку. Их еще называют упаковочными головоломками. Шарики и отверстия — одна из них. Цель этой головоломки — разместить пластины внутри коробки.

Новая идея

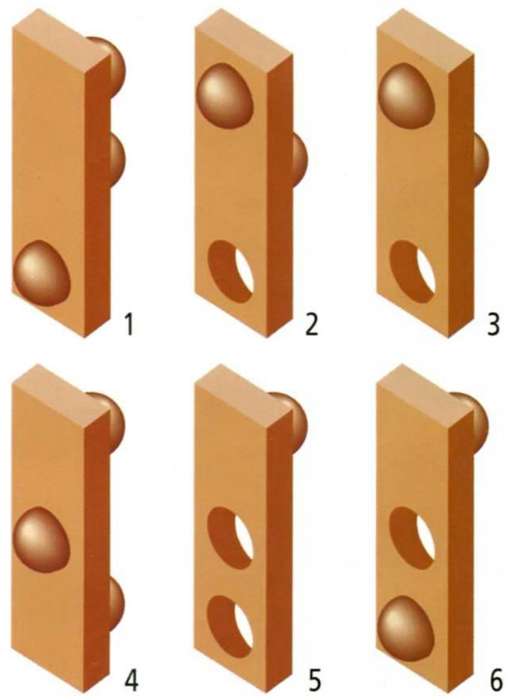
Эта недавно созданная оригинальная игра подходит для любой аудитории. Анди Тернер и его дочь Сара придумали ее для детей и взрослых. Суть игры в том, чтобы разложить шесть пластинок внутри коробки в два слоя. Пластинки имеют шарики (полусферы) и отверстия (дырочки), где помещаются шарики. На первый взгляд игра кажется легкой, но затем появляется ощущение, что здесь слишком много шариков или что не хватает отверстий.

Детали

Детали игры — это прямоугольные пластины, соотношение между длиной и шириной которых составляет 3:1. Эта пропорция позволяет разбить каждую пластину на три квадратных сектора (A, B и C на рисунке).



В каждом из этих трех секторов может оказаться один из трех возможных элементов: шарик (полусфера), отверстие (дырочка) или же отсутствие и того, и другого (назовем это гладким элементом). В игре участвует шесть пластин с шариками, отверстиями и с гладкой поверхностью. Пластины показаны на иллюстрации:



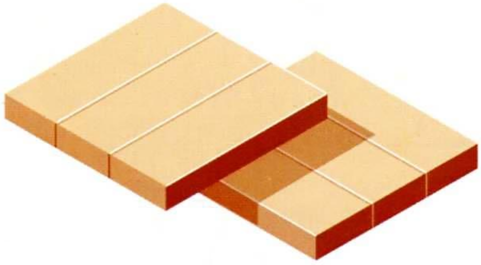
Обратите внимание на следующие характеристики пластин.

1. Если на одной стороне сектора пластины есть шарик, то с другой стороны сектора она гладкая.
2. Естественно, если отверстие есть с одной стороны сектора, то оно также есть и с другой стороны этого сектора.
3. Пластины 1 и 4 не имеют отверстий. Только пластина 5 имеет два отверстия.
4. У каждой пластины, кроме пластины 6, стороны различны.
5. Все пластины различаются меду собой, кроме одинаковых пластин 2 и 3.

Шаг за шагом

Манипулируя пластинами в поисках решения, попробуем все же включить в себе Шерлока Холмса и отыскать те знаки, которые помогут нам установить систематические взаимосвязи между деталями. Что ж, шаг за шагом начнем наш логический анализ.

Параллельные или перпендикулярные?



Первый вопрос, который нам надо решить: будут ли пластины первого и второго уровня параллельны друг другу или перпендикулярны? Через несколько минут становится ясно, что параллельно поместить их невозможно, так как нет трех пар пластин, которые бы полностью состыковались.

Сочленения

Примыкающие стороны состоят из 18 секторов (9 верхних и 9 нижних на всех пластинах), на каждой из которых есть один из трех возможных элементов: шарик, отверстие или плоскость. Сочленения всегда формируются следующим образом:

1. Шарик против отверстия.
2. Плоскость против плоскости.

Таким образом, шарик и отверстие дополняют друг друга, тогда как плоскость дополняет саму себя.

Пересчет

Если посчитать общее количество отверстий в нашем наборе пластин, то можно увидеть, что в головоломке их 5. Понятно, что они должны стыковаться с шариками. Итак, мы знаем, что из 18 элементов 5 отверстий. Следовательно, еще 5 должны быть с шариками (так как они друг друга дополняют). Мы идентифицировали 10 из 18 сочленений. Следовательно, оставшиеся 8 сочленений должны быть гладкими контактными парами. Посмотрим, что может дать каждая контактная пластина:

- пластина 2 дает шарик, плоскость и отверстие;
- пластина 3 дает плоскость, шарик и отверстие;
- пластина 6 дает плоскость, отверстие и шарик.

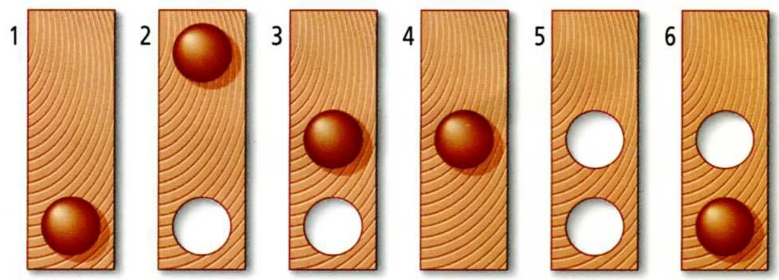
Это то, что должно произойти обязательно. Таким образом, остальные три пластины должны будут дать два отверстия, два шарика и одну плоскость.

Два отверстия неизбежно дает пластина 5.

Пластины 1 и 4 дают как минимум по шарику каждая. Итак, у нас уже 5 шариков.

В преддверии решения

Мы знаем, что дает каждая пластина контактной стороне, кроме пластин 2 и 3. На картинке видно, что дают пластины 1, 4, 5 и 6. Одинаковые пластины 2 и 3 покажут одну из своих сторон, но пока неизвестно, какую.



Последние подсказки

Еще немного дополнительных наблюдений, которые позволяют уменьшить количество решений головоломки до двух.

Имейте в виду следующее:

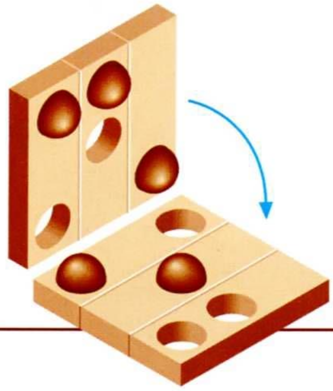
1. Пластина 6 — единственная, у которой обе стороны одинаковые.
2. Ни у одной пластины нет двух шариков на одной стороне, направленных вовнутрь.
3. Пластины 5 и 6 не могут принадлежать одному слою (верхнему или нижнему), потому что в противном случае одна из пластин другого слоя имела бы два шарика на одной контактной стороне.
4. Пластина 5 не может быть центральной в слое.
5. В слое, где есть пластина 5, должна находиться одна из двух пластин без отверстий (1 или 4), но не обе одновременно.

Решения

Не считая симметрий, вращений и перестановок деталей 2 и 3, игра имеет два абсолютно разных решения. На двух рисунках ниже можно увидеть, какие стороны будут сочленяться в каждом из этих решений.

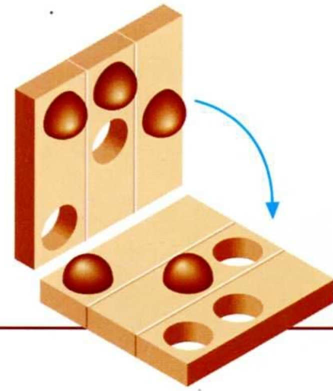
Решение 1

Внешний уровень: 2, 6 и 1.
Внутренний уровень: 3, 4 и 5.



Решение 2

Внешний уровень: 2, 6 и 4.
Внутренний уровень: 1, 3 и 5.




18 17 3
11 8 7 19
9 6 5 4 16
14 1 2 12
15 10
13

DeAGOSTINI ПРЕДСТАВЛЯЕТ

Пропустили выпуск любимой коллекции?

Просто закажите его на сайте www.deagostini.ru

Для украинских читателей — по телефону горячей линии 0-800-500-8-40

В следующем выпуске через 2 недели

Бочка-пазл

Геодезические линии

Самые прямые кривые

Революционер в геометрии

Бернхард Риман

Математика и искусство

Порядок в красоте

Льюис Кэрролл

Запутанный рассказ

Спрашивайте в киосках!